

ВИЗНАЧЕННЯ НЕУСТАЛЕНОГО ТЕПЛООВОГО СТАНУ ТЕРМОЧУТЛИВОЇ ДВОШАРОВОЇ ПЛАСТИНИ ЗА СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ

Розглянуто нелінійну нестационарну крайову задачу теплопровідності для двошарової термочутливої пластини, через поверхні якої відбувається конвективний теплообмін. На межі дотику шарів задані умови ідеального теплового контакту. За допомогою перетворення Гудмена та інтегро-інтерполяційного методу задачу зведено до задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь, яку розв'язано числово.

Визначення неусталеного теплового стану шаруватих елементів конструкцій, які знаходяться в умовах високотемпературного нагрівання, з урахуванням залежності від температури теплофізичних характеристик матеріалів шарів має важливе значення під час дослідження їх термоміцності та часу виходу на певні теплові режими. Для цього потрібно розробити нові і вдосконалити існуючі методи знаходження розв'язків нелінійних крайових задач теплопровідності, в яких нелінійності зосереджені як в самому рівнянні, так і в умовах на межі контакту шарів. Якщо через обмежувальні поверхні елементів конструкцій відбувається складний теплообмін, нелінійність появляється ще й в граничних умовах математичної моделі. Знаходження точних аналітичних розв'язків таких нелінійних крайових задач теплопровідності пов'язане зі значними математичними труднощами і неможливістю застосувати відомі класичні методи. Тому актуально розробити методики, які поєднують точні і наближені методи, щоб знаходити аналітично-числові та числові розв'язки. Зокрема, аналітико-числові розв'язки таких крайових задач теплопровідності для циліндра з покриттям і двошарової пластини за припущення, що матеріали тіл володіють простою нелінійністю (коефіцієнт теплопровідності та об'ємна теплоємність залежать від температури, а їх відношення – коефіцієнт теплопровідності – незначно змінюється зі зміною температури і приймається сталим) наведено в працях [2, 1].

Тут пропонуємо методику визначення неусталеного теплового стану двошарової пластини за врахування температурної залежності коефіцієнтів теплопровідності та об'ємних теплоємностей матеріалів шарів без накладання обмежень на коефіцієнти теплопровідності. Розглядаємо умови конвективного теплообміну через обмежувальні поверхні пластини. Суть запропонованої методики полягає в тому, що після застосування до вихідної нелінійної крайової задачі інтегрального перетворення Гудмена будують її напівдискретний аналог з допомогою інтегро-інтерполяційного методу. Отриману задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР) на змінну Гудмена розв'язуємо числово за допомогою лінійних багатокрокових різницевого методів, задаючи температурні залежності теплофізичних характеристик матеріалів шарів.

Розглянемо ізотропну двошарову безмежну пластину завтовшки b . Коефіцієнти теплопровідності та об'ємні теплоємності матеріалів шарів є різними неперервними функціями температури. Припускаємо, що на межі дотику шарів $z = z_1$ існує ідеальний тепловий контакт. Вважаємо, що через обмежувальні поверхні пластини $z = 0$ та $z = b$ здійснюється конвективний теплообмін зі середовищами заданих сталих температур t_{c1} і t_{c2} . У початковий момент часу пластина має сталу температуру t_p . Температура змінюється тільки по товщині пластини $t = t(z, \tau)$, де τ – час.

Математична модель для визначення неусталеного розподілу температурного поля такої пластини має вигляд

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} \right) = c_v(t) \frac{\partial t}{\partial \tau}, \quad 0 < z < b, \quad (1)$$

$$t|_{z=z_1-0} = t|_{z=z_1+0}, \quad (2)$$

$$\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=z_1-0} = \lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=z_1+0}, \quad (3)$$

$$\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=0} - \alpha_1 (t|_{z=0} - t_{c1}) = 0, \quad \lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=b} + \alpha_2 (t|_{z=b} - t_{c2}) = 0, \quad (4)$$

$$t|_{\tau=0} = t_p, \quad (5)$$

де $\{\lambda_t(t), c_v(t)\} = \begin{cases} \lambda_t^{(1)}(t), c_v^{(1)}(t), & 0 \leq z \leq z_1, \\ \lambda_t^{(2)}(t), c_v^{(2)}(t), & z_1 \leq z \leq b, \end{cases}$ $\lambda_t^{(i)}(t), c_v^{(i)}(t)$ – коефіцієнт теплопровідності та об'ємна теплоємність i -го шару пластини ($i = 1, 2$); α_1 – коефіцієнт теплообміну з поверхні $z = 0$, α_2 – з поверхні $z = b$.

Перейдемо до безрозмірних величин $\{\bar{z}, \bar{z}_1\} = \{z, z_1\}/b$, $\{T, T_p, T_{c1}, T_{c2}\} = \{t, t_p, t_{c1}, t_{c2}\}/t_0$ (t_0 – вибрана опорна температура), $Fo = a_0^{(1)}\tau/b^2$ ($a_0^{(1)} = \lambda_{t0}^{(1)}/c_{v0}^{(1)}$), $Bi_1 = \alpha_1 b/\lambda_{t0}^{(1)}$, $Bi_2 = \alpha_2 b/\lambda_{t0}^{(2)}$ та подамо $\lambda_t(t)$, $c_v(t)$ і $a(t) = \lambda_t(t)/c_v(t)$ так:

$$\chi(t) = \chi_0 \chi^*(\bar{T}), \quad (6)$$

де $\bar{T} = T - T_p$ ($\chi^*(0) = 1$). Тоді

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\lambda_{t0} \lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) = c_{v0} c_v^*(\bar{T}) a_0^{(1)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial Fo}, \quad 0 < \bar{z} < 1, \quad (7)$$

$$\bar{T}|_{\bar{z}=\bar{z}_1-0} = \bar{T}|_{\bar{z}=\bar{z}_1+0}, \quad (8)$$

$$\lambda_{t0} \lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_1-0} = \lambda_{t0} \lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_1+0}, \quad (9)$$

$$\lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0} - Bi_1 (\bar{T}|_{\bar{z}=0} - \bar{T}_{c1}) = 0,$$

$$\lambda_t^*(\bar{T}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=1} + Bi_2 (\bar{T}|_{\bar{z}=1} - \bar{T}_{c2}) = 0, \quad (10)$$

$$\bar{T}|_{Fo=0} = 0, \quad (11)$$

де $\{\lambda_{t0}, \lambda_t^*(\bar{T}), c_{v0}, c_v^*(\bar{T})\} = \begin{cases} \lambda_{t0}^{(1)}, \lambda_t^{*(1)}(\bar{T}), c_{v0}^{(1)}, c_v^{*(1)}(\bar{T}), & 0 \leq \bar{z} \leq \bar{z}_1, \\ \lambda_{t0}^{(2)}, \lambda_t^{*(2)}(\bar{T}), c_{v0}^{(2)}, c_v^{*(2)}(\bar{T}), & \bar{z}_1 \leq \bar{z} \leq 1, \end{cases}$

$\bar{T}_{c1} = T_{c1} - T_p$, $\bar{T}_{c2} = T_{c2} - T_p$.

Крайова задача (7)–(11) є нелінійною, нелінійності зосереджені в рівнянні (7), умові контакту шарів (9) та в граничних умовах (10). Рівняння (7) містить розривні коефіцієнти. Щоб перенести добуток характеристик $c_{v0} c_v^*(\bar{T}) a_0^{(1)}$ з правої частини рівняння (7) під знак похідної в ліву введемо інтегральну змінну Гудмена

$$v = \begin{cases} \int_0^{\bar{T}(\bar{z}, F_0)} a_0^{(1)} c_{v0}^{(1)} c_v^{*(1)}(u) du & \text{для } 0 \leq \bar{z} \leq \bar{z}_1, \\ \int_0^{\bar{T}(\bar{z}_1-0, F_0)} a_0^{(1)} c_{v0}^{(1)} c_v^{*(1)}(u) du + \int_{\bar{T}(\bar{z}_1+0, F_0)}^{\bar{T}(\bar{z}, F_0)} a_0^{(1)} c_{v0}^{(2)} c_v^{*(2)}(u) du & \text{для } \bar{z}_1 \leq \bar{z} \leq 1. \end{cases} \quad (12)$$

У результаті отримаємо крайову задачу на змінну Гудмена

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(K_a(\bar{z}) a^* (\bar{T}(v)) \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{\partial v}{\partial F_0}, \quad 0 < \bar{z} < 1, \quad (13)$$

$$v|_{\bar{z}=\bar{z}_1-0} = v|_{\bar{z}=\bar{z}_1+0}, \quad (14)$$

$$K_a(\bar{z}) a^{*(1)} (\bar{T}(v)) \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_1-0} = K_a(\bar{z}) a^{*(2)} (\bar{T}(v)) \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\bar{z}_1+0}, \quad (15)$$

$$\frac{a^{*(1)} (\bar{T}(v))}{\lambda_{f0}^{(1)}} \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0} - Bi_1 (\bar{T}(v)|_{\bar{z}=0} - \bar{T}_{c1}) = 0, \quad (16)$$

$$\frac{a^{*(2)} (\bar{T}(v))}{a_0^{(1)} c_{v0}^{(2)}} \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=1} + Bi_2 (\bar{T}(v)|_{\bar{z}=1} - \bar{T}_{c2}) = 0, \quad (17)$$

$$v|_{F_0=0} = 0, \quad (18)$$

де $K_a(\bar{z}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \bar{z} \leq \bar{z}_1 \\ a_0^{(2)} / a_0^{(1)}, & \bar{z}_1 \leq \bar{z} \leq 1 \end{cases}$, яку розв'язуємо числово, звівши методом

прямих до задачі Коші для СЗДР. Під час побудови напівдискретного аналога задачі (13)–(18) використовуємо консервативні різницеві схеми [4]. Для апроксимації диференціального оператора різницевим аналогом застосуємо інтегро-інтерполяційний метод [3].

На інтервалі $0 \leq \bar{z} \leq 1$ задамо рівномірну сітку $\bar{\omega}_h = \{\bar{z}_j = jh, j = 1, m; h = 1/m\}$.

Проінтегрувавши рівняння (13) на відрізку $\left[\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}; \bar{z}_{j+\frac{1}{2}} \right]$ ($\bar{z}_{j\pm\frac{1}{2}} = \bar{z}_j \pm 0,5h$), отримаємо:

$$w \left(\bar{z}_{j+\frac{1}{2}}, F_0 \right) - w \left(\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}, F_0 \right) = \int_{\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}}^{\bar{z}_{j+\frac{1}{2}}} \frac{\partial v}{\partial F_0} d\bar{z}. \quad (19)$$

Тут

$$w(\bar{z}, F_0) \approx K_a(\bar{z}) a^* (\bar{T}(v)) \frac{\partial v}{\partial \bar{z}}. \quad (20)$$

Замінивши інтеграл у (19) різницевим аналогом, дістанемо:

$$\frac{\partial v_j(\bar{z}_j, F_0)}{\partial F_0} = \frac{w \left(\bar{z}_{j+\frac{1}{2}}, F_0 \right) - w \left(\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}, F_0 \right)}{h}. \quad (21)$$

Позначимо $v(\bar{z}_j, F_0)$ через v_j і виразимо $w \left(\bar{z}_{j\pm\frac{1}{2}}, F_0 \right)$ через v_j у вузлах сітки $\bar{\omega}_h$. Для цього проінтегруємо (20) на відрізку $[\bar{z}_{j-1}; \bar{z}_j]$, тоді

$$v_j - v_{j-1} = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{w(\bar{z}, Fo)}{K_a(\bar{z})a^*(\bar{T}(v))} d\bar{z} \approx w(\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}, Fo) \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{d\bar{z}}{K_a(\bar{z})a^*(\bar{T}(v))}. \quad (22)$$

У результаті отримаємо:

$$w(\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}, Fo) \approx d_j(v) \frac{v_j - v_{j-1}}{h}, \quad (23)$$

де $d_j(v) \approx K_a(\bar{z}_j)a^*(v_{j-\frac{1}{2}})$, $a^*(v_{j-\frac{1}{2}}) = a^*(v(\bar{z}_{j-\frac{1}{2}}, Fo))$.

Підставивши (23) у (21), одержимо систему звичайних диференціальних рівнянь відносно Fo:

$$\frac{dv_j}{dFo} = \frac{1}{h} \left(d_{j+1}(v) \frac{v_{j+1} - v_j}{h} - d_j(v) \frac{v_j - v_{j-1}}{h} \right), \quad j = \overline{1, m-1}. \quad (24)$$

Для побудови різницевого аналога граничної умови (16) проінтегруємо рівняння (13) на відрізку $\left[0; \bar{z}_{\frac{1}{2}}\right]$. Отримаємо $w\left(\bar{z}_{\frac{1}{2}}, Fo\right) - w(0, Fo) = \int_0^{\bar{z}_{\frac{1}{2}}} \frac{\partial v}{\partial Fo} d\bar{z}$.

Інтеграл замінимо різницевим аналогом $\int_0^{\bar{z}_{\frac{1}{2}}} \frac{\partial v}{\partial Fo} d\bar{z} = \frac{h}{2} \frac{\partial v_0}{\partial Fo}$. З граничної умови (16) маємо, що $w(0, Fo) \approx a^*(v(0, Fo)) \frac{\partial v}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0} = -\lambda_{i0}^{(1)} \text{Bi}_1 \left(\bar{T}(v) \Big|_{\bar{z}=0} - \bar{T}_{c1} \right)$, а з (23)

$w\left(\bar{z}_{\frac{1}{2}}, Fo\right) = d_1(v) \frac{v_1 - v_0}{h}$. У результаті одержимо різницевий аналог граничної умови при $\bar{z} = 0$:

$$\frac{dv_0}{dFo} = \frac{2}{h} \left(d_1(v) \frac{v_1 - v_0}{h} - \lambda_{i0}^{(1)} \text{Bi}_1 \left(\bar{T}(v) \Big|_{\bar{z}=0} - \bar{T}_{c1} \right) \right). \quad (25)$$

Аналогічно побудуємо різницевий аналог граничної умови (17). Проінтегруємо рівняння (13) на відрізку $\left[\bar{z}_{n-\frac{1}{2}}; 1\right]$. Отримаємо $w(1, Fo) - w\left(\bar{z}_{n-\frac{1}{2}}, Fo\right) = \int_{\bar{z}_{n-\frac{1}{2}}}^1 \frac{\partial v}{\partial Fo} d\bar{z}$. Інтеграл замінимо різницевим аналогом $\int_{\bar{z}_{n-\frac{1}{2}}}^1 \frac{\partial v}{\partial Fo} d\bar{z} = \frac{h}{2} \frac{\partial v_n}{\partial Fo}$.

Поклавши в (20) $\bar{z} = 1$, з граничної умови (17) дістанемо $w(1, Fo) = -\lambda_{i0}^{(2)} \text{Bi}_2 \left(\bar{T}(v) \Big|_{\bar{z}=1} - \bar{T}_{c2} \right)$, а з (23) $w\left(\bar{z}_{n-\frac{1}{2}}, Fo\right) = d_n(v) \frac{v_n - v_{n-1}}{h}$. У результаті отримаємо різницевий аналог граничної умови (17):

$$\frac{dv_n}{dFo} = \frac{2}{h} \left(-\lambda_{i0}^{(2)} \text{Bi}_2 \left(\bar{T}(v_n) - \bar{T}_{c2} \right) - d_n(v) \frac{v_n - v_{n-1}}{h} \right). \quad (26)$$

Отже, приєднавши різницеві аналоги граничних умов (25), (26) до СЗДР (24) та врахувавши початкову умову, одержимо напівдискретний аналог крайової задачі (13)–(18) у вигляді задачі Коші для СЗДР:

$$\frac{dv_0}{dFo} = \frac{2}{h} \left(d_1(v) \frac{v_1 - v_0}{h} - \lambda_{i0}^{(1)} \text{Bi}_1 \left(\bar{T}(v_0) - \bar{T}_{c1} \right) \right), \quad (27)$$

$$\frac{dv_j}{dFo} = \frac{1}{h^2} \left[d_{j+1}(v)(v_{j+1} - v_j) - d_j(v)(v_j - v_{j-1}) \right], \quad j = \overline{1, n-1} \quad (28)$$

$$\frac{dv_n}{dFo} = \frac{2}{h} \left(-\lambda_{10}^{(2)} Bi_2 (\bar{T}(v_n) - \bar{T}_{c2}) - d_n(v) \frac{v_n - v_{n-1}}{h} \right), \quad (29)$$

$$v_j(0) = 0, \quad j = \overline{0, n}. \quad (30)$$

Задачу Коші для СЗДР (27)–(30) розв'язуємо числово за допомогою багатокрокових різницевих методів [5], зокрема, формул диференціювання назад, використовуючи стандартні пакети програм. Обчислювальний процес організуємо так, що якщо вузол сітки набуває значення з інтервалу $[0; \bar{z}_1]$, то вибираємо теплофізичні характеристики матеріалу першого шару, а якщо з інтервалу $[\bar{z}_1; 1]$ – то другого.

Розподіл температури в пластині визначаємо з (12) за значеннями змінної Гудмена, скориставшись оберненою інтерполяцією.

Як числовий приклад розглянемо двошарову пластину з такими теплофізичними характеристиками матеріалів шарів [6]:

$$\lambda_t^{(1)}(t) = 1,71 + 0,21 \cdot 10^{-3} t + 0,116 \cdot 10^{-6} t^2 \quad [\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})], \quad c_p^{(1)}(t) = c_p^{(1)}(t) \rho_1(t), \quad (31)$$

$$\text{де } c_p^{(1)}(t) = 2,74 \cdot 10^2 + 7,95 \cdot 10^{-1} t - 6,19 \cdot 10^{-4} t^2 + 1,71 \cdot 10^{-7} t^3 \quad [\text{кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}],$$

$$\rho_1 = 3657,0 / \{1,0 + \alpha_t^1(t)(t - 300,0)\}^3 \quad [\text{кг}/\text{м}^3],$$

$$\alpha_t^{(1)}(t) = 13,31 \cdot 10^{-6} - 18,9 \cdot 10^{-9} t + 12,7 \cdot 10^{-12} t^2 \quad [1/\text{К}];$$

$$\lambda_t^{(2)}(t) = 1,1 + 0,017t \quad [\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})], \quad c_p^{(2)}(t) = c_p^{(2)}(t) \rho_2(t), \quad (32)$$

$$\text{де } c_p^{(2)}(t) = 3,5 \cdot 10^2 + 8,78 \cdot 10^{-1} t - 9,74 \cdot 10^{-4} t^2 + 4,43 \cdot 10^{-7} t^3 \quad [\text{кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}],$$

$$\rho_2 = 4420,0 / \{1,0 + \alpha_t^2(t)(t - 300,0)\}^3 \quad [\text{кг}/\text{м}^3],$$

$$\alpha_t^{(2)}(t) = 7,43 \cdot 10^{-6} + 5,56 \cdot 10^{-9} t - 2,69 \cdot 10^{-12} t^2 \quad [1/\text{К}].$$

Всі обчислення виконано в безрозмірних величинах. За опорну температуру взято температуру $t_0 = 1100 \text{ К}$, а за початкову – $t_p = 300 \text{ К}$. Результати числових досліджень наведено на рис. 1–4, де суцільні лінії відповідають значенням температури, отриманим за врахування температурних залежностей теплофізичних характеристик матеріалів шарів пластини згідно з (31), (32), а штрихові – за сталих значень всіх теплофізичних характеристик, взятих за початкової температури. На рис. 1 зображено залежності приросту температури пластини від координати \bar{z} для різних значень часу Fo при $Bi_1 = Bi_2 = 0,5$.

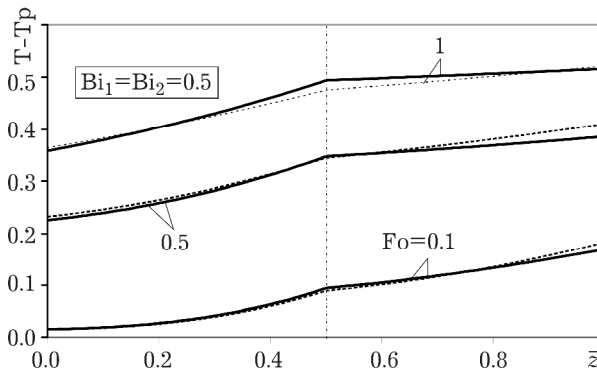


Рис. 1.

Залежність приросту температури від Fo на межі контакту шарів $\bar{z} = \bar{z}_1$ та на обмежувальних поверхнях пластини $\bar{z} = 0, \bar{z} = 1$ подана на рис. 2 для $Bi_1 = Bi_2 = 0,5$, а на рис. 3. – для $Bi_1 = Bi_2 = 1$.

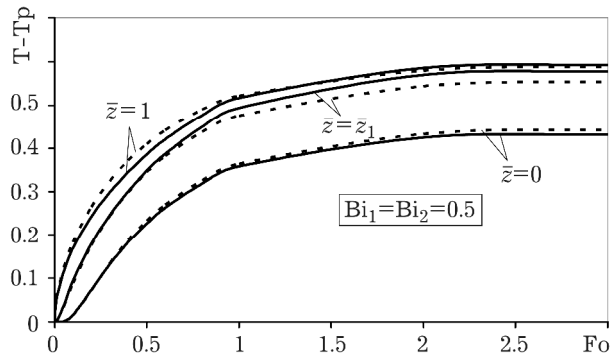


Рис. 2.

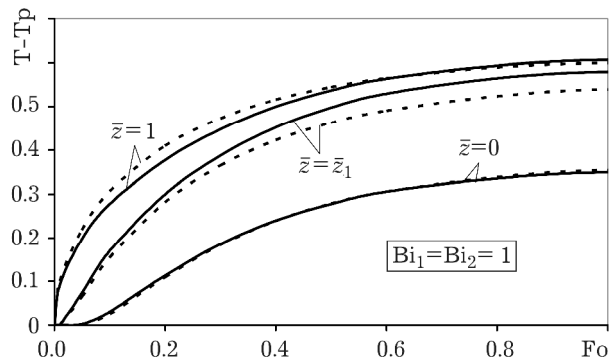


Рис. 3.

На рис. 4 зображено залежності приросту температури пластини від безрозмірного часу Fo на межі дотику шарів пластини $\bar{z} = \bar{z}_1$ для $Bi_1 = Bi_2 = 0,5$ та $Bi_1 = Bi_2 = 1$.

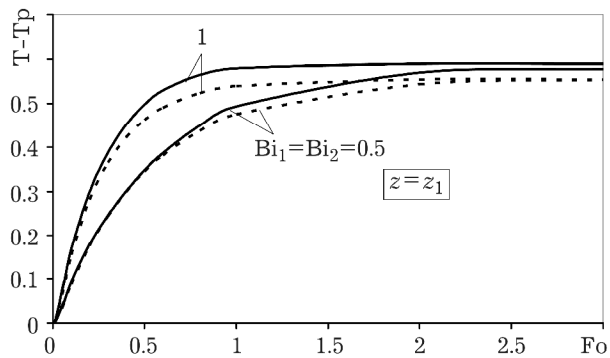


Рис. 4.

Отже, нехтуючи температурну залежність теплофізичних характеристик матеріалів, можна отримати розподіл температурного поля в кусково-однорідних тілах, який суттєво відрізняється від істинного.

Максимальна розбіжність між значеннями температури в пластині з вибраного матеріалу за врахування залежностей від температури теплофі-

зичних характеристик матеріалів і за сталих їх значень для $Bi_1 = Bi_2 = 0,5$; 1 становить 9%.

1. Гарматій Г. Ю., Попович В. С. Моделювання та визначення неусталеного термомпружного стану двохшарової термочутливої пластини // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – 57, № 4. – С. 125–132.
2. Кушнір Р. М., Попович В. С., Гарматій Г. Ю. Аналітично-чисельне розв'язування контактних задач термомпружності для термочутливих тіл // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2001. – № 6. – С. 39–44.
3. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Эдиториал УРСС, 2003.– 784 с.
4. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
5. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений/ Под ред. Дж. Холла, Дж. Уатта. – М.: Мир, 1979. – 312 с.
6. Tanigawa, Y., Akai, T., Kawamura, R. and Oka, N. Transient heat conduction and material thermal stress problems of a nonhomogeneous plate with temperature-dependent properties // J. of Thermal Stresses. – 1996. – P. 77–102.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ СЛОЖНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

Рассмотрена нелинейная нестационарная краевая задача теплопроводности для двухслойной термочувствительной пластины, через поверхности которой происходит конвективный теплообмен. На границе соприкосновения слоев заданы условия идеального теплового контакта. С помощью преобразования Гудмена и интегро-интерполяционного метода задача сведена к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которую решено численно.

DEFINITIONS OF UNSTEADY THERMAL STATE OF A DOUBLE-LAYER THERMOSENSITIVE PLATE AT COMPLEX HEAT EXCHANGE

A nonlinear, non-stationary boundary-value thermal conductivity problem for a two-layer thermosensitive plate is considered. A convective heat exchange is given on the surfaces of the plate. The conditions of ideal thermal contact are fulfilled at the interface of the layers. Using the Goodman transform and integro-interpolation method, the problem is reduced to a Cauchy problem for a system of ordinary differential equations, which is solved numerically.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
15.10.17