УДК 517.98

М. І. Дмитришин

АПРОКСИМАЦІЇ ВЕКТОРАМИ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО ТИПУ РЕГУЛЯРНИХ ЕЛІПТИЧНИХ ОПЕРАТОРІВ

Використовуючи квазінорми апроксимаційних просторів регулярних еліптичних операторів, встановили оцінки відстані від заданої функції в L_p *до підпростору векторів експоненціального типу з фіксованим індексом.*

Розв'язанню проблеми наближення елементів банахового простору векторами експоненціального типу замкненого оператора присвячено праці [1–3]. Нижче розглянуто найкращі апроксимації векторами експоненціального типу регулярних еліптичних операторів у просторах L_p. Для таких операторів підпростори векторів експоненціального типу складаються з цілих аналітичних функцій експоненціального типу, які задовольняють певні крайові умови [7]. Апроксимаційні простори, асоційовані з регулярними еліптичними операторами в L_p, є підпростори класичного простору Бєсова та інтерполяційні простори між підпростором всіх векторів експоненціального типу і простором L_p [4]. Встановлено оцінки відстані від заданої функції в L_p до підпростору векторів експоненціального типу з фіксованим індексом.

1. Нехай Ω – обмежена область в $\mathbb{R}^n$ з границею $\partial\Omega$ класу C^∞ і набір операторів

$$(Lu)(\xi) = \sum_{|\beta|\le 2m} a_\beta D^\beta u(\xi), \quad a_\beta \in \mathbb{C},$$

$$\left(B_j u\right)(\xi) = \sum_{|\beta|\le m_j} b_{j,\beta}(\xi) D^\beta u(\xi), \quad b_{j,\beta}(\xi) \in C^\infty(\partial\Omega),\ j = 1,\dots,m$$

є регулярно еліптичний [8]. У просторі L_p $(1 < p < \infty)$ розглянемо замкнений оператор A, заданий співвідношеннями

$$Au = Lu, \qquad C^1(A) = W^{2m}_{p,\{B_j\}}(\Omega), \tag{1}$$

де $W^{2m}_{p,\{B_j\}}(\Omega) = \left\{u \in W^{2m}_p(\Omega):\ B_j u\big|_{\partial\Omega} = 0,\ j = 1,\dots,m\right\}$ і $W^{2m}_p(\Omega)$ – простір Соболєва. Області визначення цілих степенів A^k позначимо $C^k(A)$. Тоді

$$C^{k+1}(A) = \left\{u \in C^k(A) : A^k u \in C^k(A)\right\},\ C^\infty(A) = \cap\left\{C^k(A) : k \in \mathbb{N}\right\}.$$

Надалі припускаємо, що резольвентна множина $\rho(A)$ оператора A непорожня. Тоді, згідно з працею [8], спектр $\sigma(A)$ оператора A складається з ізольованих власних значень з єдиною граничною точкою на нескінченності. Спектр $\sigma(A)$ і відповідні кореневі підпростори незалежні від p. Підпростори кореневих векторів належать простору

$$C^\infty_{A,\{B_j\}}\left(\overline{\Omega}\right) = \left\{u \in C^\infty\left(\overline{\Omega}\right) : B_j A^k u\big|_{\partial\Omega} = 0,\ j = 1,\dots,m,\ k \in \mathbb{Z}_+\right\},$$

що є замкненим підпростором локально опуклого простору $C^\infty\left(\overline{\Omega}\right)$, наділеного топологією, породженою півнормами $\sup\limits_{\xi\in\Omega}\left|D^\alpha u(\xi)\right|$, $0 \le |\alpha| < \infty$.

ISSN 1810-3022. **Прикл. проблеми мех. і мат.** – 2010. – **Вип.** 8. – **С.** 71–77.

Нехай $0<\vartheta<1$ і $1\le p\le\infty$ або $0<\vartheta\le 1$ і $p=\infty$. Відповідно до праці [6] для пари квазінормованих просторів $\{X, |\cdot|_X\}$, $\{Y, |\cdot|_Y\}$ інтерполяційний простір визначають як підпростір

$$(X,Y)_{\vartheta,p}=\left\{a\in X+Y : |a|_{(X,Y)_{\vartheta,p}}<\infty\right\}$$

з квазінормою

$$|a|_{(X,Y)_{\vartheta,p}}=\begin{cases}\left(\int\limits_0^\infty\left[\tau^{-\vartheta}K(\tau,a;X,Y)\right]^p\dfrac{d\tau}{\tau}\right)^{1/p} & : \quad p<\infty,\\ \sup\limits_{0<\tau<\infty}\tau^{-\vartheta}K(\tau,a;X,Y) & : \quad p=\infty,\end{cases}$$

де $K(\tau,a;X,Y)=\inf\limits_{a=x+y}\left(|x|_X+\tau|y|_Y\right)$.

Нехай $0<t<\infty$ і $1\le q\le\infty$. Визначимо простір

$$E_q^t(A)=\left\{u\in C^\infty(A): \|u\|_{E_q^t(A)}<\infty\right\}$$

з нормою

$$\|u\|_{E_q^t(A)}=\begin{cases}\left(\sum\limits_{k\in\mathbb{Z}_+}\left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)}^q\right)^{1/q} & : \quad 1\le q<\infty,\\ \sup\limits_{k\in\mathbb{Z}_+}\left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)} & : \quad q=\infty.\end{cases}$$

Відзначимо, що елементи простору $E_q^t(A)$ є вектори експоненціального типу оператора A [5].

Теорема 1. *(i) Підпростір $E_q^t(A)$ інваріантний відносно оператора A і виконуються неперервні вкладення*

$$E_q^t(A)\subset L_p(\Omega),\quad E_q^t(A)\subset E_q^\tau(A),\ \tau>t. \tag{2}$$

(ii) Звуження $A|_{E_q^t(A)}$ оператора A на підпростір $E_q^t(A)$ є обмежений оператор, що задовольняє нерівність

$$\left\|A|_{E_q^t(A)}\right\|\le t. \tag{3}$$

(iii) Спектр оператора A має властивість

$$\sigma\left(A|_{E_q^t(A)}\right)\subset\sigma(A).$$

(iv) Для будь-якого $\tau>t$ виконуються вкладення

$$E_1^t(A)\subset E_\infty^t(A)\subset E_1^\tau(A). \tag{4}$$

(v) Простори $E_q^t(A)$ є повні.

(vi) Функція $|u|_q=\|u\|_{L_p(\Omega)}+\inf\left\{t>0: u\in E_q^t(A)\right\}$ є квазінорма на $E(A)=\bigcup\limits_{t>0}E_q^t(A)$, причому $|u+v|_q\le|u|_q+|v|_q$, $u,v\in E(A)$.

Д о в е д е н н я. *(i)* Очевидно, якщо $\tau>t$, то

$$\|u\|_{E_q^\tau(A)}\le\|u\|_{E_q^t(A)}\ \text{ і }\ \|u\|_{L_p(\Omega)}\le\|u\|_{E_q^t(A)},\ u\in E_q^t(A).$$

Отже, вкладення (2) неперервні.

(ii) Для будь-якого $u \in E_q^t(A)$ виконується нерівність

$$\|Au\|_{E_q^t(A)} \le t\|u\|_{E_q^t(A)},$$

звідки отримуємо нерівність (3).

(iii) Для будь-яких $\lambda \in \rho(A)$ маємо $(A/t)^k(\lambda - A)^{-1}u = (\lambda - A)^{-1}(A/t)^k u$, $u \in E_q^t(A)$ і при $1 \le q < \infty$ виконується нерівність

$$\left\|(\lambda - A)^{-1}u\right\|_{E_q^t(A)}^q = \sum_{k \in \mathbb{Z}_+} \left\|(\lambda - A)^{-1}(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)}^q \le \left\|(\lambda - A)^{-1}\right\|^q \|u\|_{E_q^t(A)}^q.$$

Таким чином, λ належить резольвентній множині $\rho\left(A|_{E_q^t(A)}\right)$ звуження $A|_{E_q^t(A)}$, тобто $\rho(A) \subset \rho\left(A|_{E_q^t(A)}\right)$. Випадок $q = \infty$ розглядають подібно.

(iv) Якщо $u \in E_1^t(A)$, то

$$\|u\|_{E_\infty^t(A)} = \sup_{k \in \mathbb{Z}_+} \left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)} \le \sum_{k \in \mathbb{Z}_+} \left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)} = \|u\|_{E_1^t(A)},$$

отже, $u \in E_\infty^t(A)$. З іншого боку, якщо $u \in E_\infty^t(A)$, то $\left\|A^k u\right\|_{L_p(\Omega)}^{1/k} \le t\|u\|_{E_\infty^t(A)}^{1/k}$. Отже, $\limsup_{k \to \infty} \left\|A^k u\right\|_{L_p(\Omega)}^{1/k} \le t$ і для будь-якого $\tau > t$ ряд $\sum_{k \in \mathbb{Z}_+} \left\|(A/\tau)^k u\right\|_{L_p(\Omega)}$ є збіжний, так що $u \in E_1^\tau(A)$.

(v) Із нерівності $\|u\|_{E_q^t(A)} \ge \left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)}$, $u \in E_q^t(A)$, $k \in \mathbb{Z}_+$ безпосередньо випливає таке: якщо $\{u_n : n \in \mathbb{N}\}$ – послідовність Коші в $E_q^t(A)$, то $\{u_n : n \in \mathbb{N}\}$ і $\left\{(A/t)^k u_n : n \in \mathbb{N}\right\}$ для будь-якого $k \in \mathbb{Z}_+$ є послідовності Коші в $L_p(\Omega)$. Оскільки простір $L_p(\Omega)$ повний, то існують такі $u, v \in L_p(\Omega)$, що $u_n \to u$ і $(A/t)^k u_n \to v$ за нормою простору $L_p(\Omega)$. Графік оператора A^k є замкненим підпростором в $L_p(\Omega) \times L_p(\Omega)$, тому $v = (A/t)^k u_n$ і $u \in C^k(A)$. Оскільки це виконується для будь-якого $k \in \mathbb{Z}_+$, то $u \in C^\infty(A)$. Отже, $(A/t)^k u_n \to (A/t)^k u$ за нормою простору $L_p(\Omega)$ для будь-якого $k \in \mathbb{Z}_+$. Оскільки $\{u_n\}$ є послідовність Коші, для будь-якого $\varepsilon > 0$ існує таке $n_\varepsilon \in \mathbb{N}$, що $\|u_n - u_m\|_{E_q^t(A)} < \varepsilon$ для всіх $n, m \ge n_\varepsilon$. Звідси отримуємо $\left\|(A/t)^k(u_n - u_m)\right\|_{L_p(\Omega)} < \varepsilon$ для всіх $k \in \mathbb{Z}_+$ і $n, m \ge n_\varepsilon$. Оскільки $(A/t)^k(u_n - u_m) \to 0$ і $(A/t)^k(u_m - u) \to 0$ для будь-якого $k \in \mathbb{Z}_+$, то існує таке $m_{\varepsilon,k} \ge n_\varepsilon$, що $\left\|(A/t)^k(u_n - u_m)\right\|_{L_p(\Omega)} < \varepsilon/2^k$, $\left\|(A/t)^k(u_m - u)\right\|_{L_p(\Omega)} < \varepsilon/2^k$ для всіх $m \ge m_{\varepsilon,k}$. Тоді

$$\left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)} \le \left\|(A/t)^k u_{n_\varepsilon}\right\|_{L_p(\Omega)} + \left\|(A/t)^k\left(u_m - u_{n_\varepsilon}\right)\right\|_{L_p(\Omega)} + \left\|(A/t)^k(u_m - u)\right\|_{L_p(\Omega)},$$

звідки маємо $\left\|(A/t)^k u\right\|_{L_p(\Omega)} \le \left\|(A/t)^k u_{n_\varepsilon}\right\|_{L_p(\Omega)} + 2\varepsilon/2^k$ для всіх $k \in \mathbb{Z}_+$. Як наслідок, $\|u\|^q_{E^t_q(A)} \le 2^{q-1}\left\|u_{n_\varepsilon}\right\|^q_{E^t_q(A)} + (8\varepsilon)^q / \left(2^{q+1}-2\right)$, а отже, $u \in E^t_q(A)$. Крім цього, $\left\|(A/t)^k (u_n - u)\right\|_{L_p(\Omega)} \le \left\|(A/t)^k \left(u_{m_{\varepsilon,k}} - u\right)\right\|_{L_p(\Omega)} + \left\|(A/t)^k \left(u_n - u_{m_{\varepsilon,k}}\right)\right\|_{L_p(\Omega)}$, тому $\|u_n - u\|_{E^t_q(A)} \le 4\varepsilon / \left(2^q - 1\right)^{1/q}$ для всіх $n \ge n_\varepsilon$. Подібно у випадку $q = \infty$,тобто простори $E^t_q(A)$ є повні.

(vi) Покладемо $r(u) = \inf\left\{t > 0 : u \in E^t_q(A)\right\}$. Для будь-яких $u, v \in E(A)$ і $\varepsilon > 0$ величини $\|u\|_{E_q^{r(u)+\varepsilon}(A)}$, $\|v\|_{E_q^{r(v)+\varepsilon}(A)}$ є скінченні і виконуються нерівності

$$\|u+v\|_{E_q^{r+\varepsilon}(A)} \le \|u\|_{E_q^{r+\varepsilon}(A)} + \|v\|_{E_q^{r+\varepsilon}(A)} \le \|u\|_{E_q^{r(u)+\varepsilon}(A)} + \|v\|_{E_q^{r(v)+\varepsilon}(A)},$$

де $r = \max\{r(u), r(v)\}$. Звідси випливає $r(u+v) \le r + \varepsilon \le r(u) + r(v) + \varepsilon$. Оскільки ε довільне, то $r(u+v) \le r(u) + r(v)$ для всіх $u, v \in E(A)$. Очевидно, $r(u) = r(-u)$ для всіх $u \in E(A)$. Теорему доведено.

2. Підпростір $E(A)$, наділений квазінормою $|\cdot|_q$, позначимо $E_q(A)$. Визначимо допоміжний функціонал

$$E_q(t,u) = \inf\left\{\left\|u - u^0\right\|_{L_p(\Omega)} : u^0 \in E_q(A), \left|u^0\right|_q < t\right\}, \quad u \in L_p(\Omega).$$

Для пар чисел $0 < \alpha < \infty$ і $0 < \tau \le \infty$ або $0 \le \alpha < \infty$ і $\tau = \infty$ розглянемо шкалу апроксимаційних просторів

$$B^\alpha_{q,\tau}(A) = \left\{u \in L_p(\Omega) : |u|_{B^\alpha_{q,\tau}(A)} < \infty\right\},$$

породжених функціоналом $E_q(t,u)$, де відповідно до праці [6] функція

$$|u|_{B^\alpha_{q,\tau}(A)} = \begin{cases} \left(\int\limits_0^\infty \left[t^\alpha E_q(t,u)\right]^\tau \dfrac{dt}{t}\right)^{1/q} & : \quad 0 < \tau < \infty, \\ \sup\limits_{t>0} t^\alpha E_q(t,u) & : \quad \tau = \infty \end{cases}$$

є квазінорма на $B^\alpha_{q,\tau}(A)$.

Згідно з працею [4], для оператора A, визначеного співвідношенням (1), виконується рівність

$$B^\alpha_{p,\tau}(A) = \left\{u \in B^\alpha_{p,\tau}(\Omega) : B_j A^k u\Big|_{\partial\Omega} = 0,\ j = 1, \ldots, m,\ k = 0, 1, \ldots\right\}, \tag{5}$$

де $B^\alpha_{p,\tau}(\Omega)$ – класичний простір Бєсова.

Надалі позначимо $E_p(\Omega) = \bigcup\limits_{t>0} E^t_p(\Omega)$, де

$$E^t_p(\Omega) = \left\{u \in C^\infty\left(\overline{\Omega}\right) : \exists c = c(u,t),\ \sup_{\xi\in\Omega}\left|D^\beta u(\xi)\right| \le ct^k,\ |\beta| = k,\ k \in \mathbb{Z}_+\right\}.$$

Наділимо простір $E_p(\Omega)$ квазінормою $|u|_{E_p(\Omega)} = \inf\limits_{g|_\Omega = u,\, g \in E_p\left(\mathbb{R}^n\right)} |g|_{E_p\left(\mathbb{R}^n\right)}$. Тут $|g|_{E_p\left(\mathbb{R}^n\right)} = \|g\|_{L_p\left(\mathbb{R}^n\right)} + \sup\{|\zeta| : \zeta \in \operatorname{supp}\hat{g}\}$, де $\operatorname{supp}\hat{g}$ – носій перетворення Фур'є $\hat{g}$ функції $E_p\left(\mathbb{R}^n\right)$ і $E_p\left(\mathbb{R}^n\right)$ – простір всіх цілих аналітичних функцій експоненціального типу, що належать $L_p(\mathbb{R}^n)$.

Розглянемо найкращі апроксимації довільного елемента в $L_p(\Omega)$ елементами A-інваріантних підпросторів $E_q^t(A)$ з фіксованими індексами. Для цього оцінимо відстань

$$d_q(t,u) = \inf\left\{\left\|u - u^0\right\|_{L_p(\Omega)} : u^0 \in E_q^t(A)\right\}, \quad u \in L_p(\Omega)$$

між деяким елементом u і підпростором $E_q^t(A)$.

Теорема 2. *Для будь-якої пари чисел* $0 < \tau < \infty$ *і* $0 < \tau \le \infty$ *або* $0 \le \alpha < \infty$ *і* $\tau = \infty$ *існують такі сталі* $c_1(\alpha,\tau)$ *і* $c_2(\alpha,\tau)$, *що виконуються оцінки*

$$\|u\|_{B^\alpha_{p,\tau}(\Omega)} \le c_1 |u|^\alpha_{E_p(\Omega)} \|u\|_{L_p(\Omega)}, \quad u \in E_p(\Omega), \tag{6}$$

$$d_p(t,u) \le c_2 t^{-\alpha} \|u\|_{B^\alpha_{p,\tau}(\Omega)}, \quad u \in B^\alpha_{p,\tau}(\Omega). \tag{7}$$

Д о в е д е н н я. Якщо $\left[B^\alpha_{p,\tau}(A)\right]^\vartheta$ є простір $B^\alpha_{p,\tau}(A)$, наділений квазінормою $|u|^\vartheta_{B^\alpha_{p,\tau}(A)}$, $u \in B^\alpha_{p,\tau}(A)$, то згідно з працею [6] з точністю до еквівалентності норм виконується рівність

$$\left[B^\alpha_{p,\tau}(A)\right]^\vartheta = \left(E_p(A), L_p(\Omega)\right)_{\vartheta,g}, \ \vartheta = 1/(\alpha+1), \ \tau = g\vartheta. \tag{8}$$

Як наслідок,

$$E_p(A) \subset \left[B^\alpha_{p,\tau}(A)\right]^\vartheta = \left(E_p(A), L_p(\Omega)\right)_{\vartheta,g} \subset L_p(\Omega).$$

Використовуючи відомі результати [6], для деякої сталої $c(\vartheta, g)$ отримуємо:

$$|u|_{\left(E_p(A), L_p(\Omega)\right)_{\vartheta,g}} \le c|u|_p^{1-\vartheta} \|u\|^\vartheta_{L_p(\Omega)}, \quad u \in E_p(A).$$

З рівностей (8) і (5) випливає існування такої сталої $c_1(\alpha,\tau)$, що виконується нерівність (6).

Для деякої сталої $c(\vartheta, g)$ отримуємо:

$$K\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right) \le ct^\vartheta |u|_{\left(E_p(A), L_p(\Omega)\right)_{\vartheta,g}}, \quad u \in \left(E_p(A), L_p(\Omega)\right)_{\vartheta,g}.$$

Відповідно до (8) існує така стала $c_0(\alpha,\tau)$, що

$$K\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right) \le c_0 t^\vartheta |u|^\vartheta_{B^\alpha_{p,\tau}(A)}, \quad u \in B^\alpha_{p,\tau}(A).$$

Покладемо $K_\infty\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right) = \inf\limits_{u=u^0+u^1} \max\left\{\left|u^0\right|_p, t\left\|u^1\right\|_{L_p(\Omega)}\right\}$, $u^0 \in E_p(A)$, $u^1 \in L_p(\Omega)$. Оскільки $K_\infty\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right) \le K\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right)$, то

$$t^{-\vartheta} K_\infty\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right) \le c_0 |u|^\vartheta_{B^\alpha_{p,\tau}(A)}, \quad u \in B^\alpha_{p,\tau}(A). \tag{9}$$

Згідно з працею [6], для будь-якого $t > 0$ існує таке $s > 0$, що

$$K_\infty\left(t, u; E_p(A), L_p(\Omega)\right) = s, \quad E_p(s+0, u) \le s/t \le E_p(s-0, u).$$

Звідси $s^{1-\vartheta}\left[E_p(s,u)\right]^{\vartheta} \le t^{-\vartheta} K_\infty\left(t,u;E_p(A),L_p(\Omega)\right)$. Застосовуючи (9), отримуємо $s^{1-\vartheta}\left[E_p(s,u)\right]^{\vartheta} \le c_0 \left|u\right|^{\vartheta}_{B^{\alpha}_{p,\tau}(A)}$. Покладаючи $\alpha = (1-\vartheta)/\vartheta$, маємо:

$$s^{\alpha} E_p(s,u) \le c_0^{1/\vartheta} \left|u\right|_{B^{\alpha}_{p,\tau}(A)}, \qquad u \in B^{\alpha}_{p,\tau}(A). \tag{10}$$

Якщо $\left|u^0\right|_p = r\left(u^0\right) + \left\|u^0\right\|_{L_p(\Omega)} < s$, то $r\left(u^0\right) < s - \left\|u^0\right\|_{L_p(\Omega)}$, де позначено $r\left(u^0\right) = \inf\left\{t > 0 : u^0 \in E_p^t(A)\right\}$. Тому $u^0 \in E_p^t(A)$ для такого $t > 0$, що $r\left(u^0\right) < t < s - \left\|u^0\right\|_{L_p(\Omega)}$. Оскільки $E_p^t(A) \subset E_p^s(A)$, то $u^0 \in E_p^s(A)$ і виконується нерівність

$$d_p(s,u) \le E_p(s,u), \qquad u \in L_p(\Omega),\, s > 0. \tag{11}$$

Покладаючи $c_2 = c_0^{1/\vartheta}$ в (10) і використовуючи (11) і (5), отримуємо (7). Теорему доведено.

Зауваження. Нехай $R(\lambda_n)$ – спектральний підпростір, що відповідає власному значенню λ_n оператора A і нехай $R^t = span\left\{R(\lambda_n) : \left|\lambda_n\right| < t\right\}$. Тоді для кожної пари індексів $0 < \tau < \infty$ і $0 < \tau \le \infty$ *або* $0 \le \alpha < \infty$ і $\tau = \infty$ існує така стала $c(\alpha,\tau)$, що виконується нерівність

$$\inf\left\{\left\|u - u^0\right\|_{L_p(\Omega)} : u^0 \in R^t\right\} \le c t^{-\alpha} \left|u\right|_{B^{\alpha}_{1,\tau}(A)}, \qquad u \in B^{\alpha}_{1,\tau}(A). \tag{12}$$

Дійсно, в праці [7] встановлено рівність $E_1^t(A) = R^t$. Таким чином, нерівність (7) безпосередньо дає оцінку (12) відстані від функції $u \in B^{\alpha}_{1,\tau}(A)$ до спектрального підпростору R^t.

1. *Горбачук М. Л., Горбачук В. І.* Про наближення гладких векторів замкненого оператора цілими векторами експоненціального типу // Укр. мат. журн. – 1995. – 47, № 5. – С. 616–628.
2. *Горбачук В. И., Горбачук М. Л.* Операторный подход к вопросам аппроксимации // Алгебра и анализ. – 1997. – 9, № 6. – С. 90–108.
3. *Горбачук М. Л.* Ознаки повноти множини цілих векторів експоненціального типу необмеженого оператора // Доп. НАН України. – 2001. – № 6. – С. 7–11.
4. *Лопушанський О. В., Дмитришин М. І.* Апроксимаційні простори між банаховим простором і векторами експоненціального типу // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2003. – 46, № 3. – С. 54–60.
5. *Радыно Я. В.* Векторы экспоненциального типа в операторном исчислении и дифференциальных уравнениях // Дифференц. уравнения. – 1985. – 21, № 9. – С. 1559–1569.
6. *Bergh J., Löfström J.* Interpolation spaces. An introduction. – Berlin: Springer, 1976. – 247 p.
7. *Lopushansky O. V., Dmytryshyn M. I.* Vectors of exponential type of operators with discrete spectrum // Праці Львів. мат. товариства. – 1998. – 9, № 1. – С. 70–77.
8. *Triebel H.* Interpolation theory. Function spaces. Differential operators. – Berlin: Springer, 1995. – 664 p.

АППРОКСИМАЦИИ ВЕКТОРАМИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА РЕГУЛЯРНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ

Используя квазинормы аппроксимационных пространств регулярных эллиптических операторов, установили оценки расстояния от заданной функции в L_p *к подпространству векторов экспоненциального типа с фиксированным индексом.*

APPROXIMATIONS BY EXPONENTIAL TYPE VECTORS OF REGULAR ELLIPTIC OPERATORS

Using the quasinorms of approximation spaces of regular elliptic operators, estimations of distance are set from the given function in L_p *to subspace of exponential type vectors with the fixed index.*

Прикарпатський нац. ун-т
імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ

Одержано
21.09.10