УДК 539.3

Л. М. Сеньків

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ У ЗОНІ НЕОДНОРІДНОГО СПІРАЛЬНОГО ЗВАРНОГО ШВА У ТРУБОПРОВОДІ

З використанням теорії тонких оболонок Кірхгофа–Лява і методу дисторсій побудовано математичну модель для визначення у трубопроводі поля неоднорідних вздовж спірального зварного шва залишкових напружень. Порівняно залишкові напруження для трубопроводів з коловим та спіральним зварювальними швами.

У нафтогазовій промисловості широко використовують трубопроводи зі спіральним зварним швом, тобто розташованим уздовж гвинтової лінії. При цьому залишкові напруження не є однакові вздовж лінії зварного шва, оскільки кореневий шов, як і всі наступні проходи, виконують на окремих послідовних ділянках, тобто залишкові напруження у зоні кінця попередньої ділянки і початку наступної відрізняються від напружень в інших місцях зварного з'єднання.

Для оцінки роботоздатності таких трубопроводів необхідний комплексний підхід, зокрема, відомості про розподіл залишкових напружень в місцях зварних з'єднань та в пришовній зоні. Дослідженню температурних полів напружень стану у звареній по спіралі циліндричній оболонці присвячені праці [3–5]. Розподіл залишкових напружень за відомого поля пластичних деформацій біля кільцевого зварного шва в магістральному трубопроводі знайдено раніше [2, 8].

Формулювання задачі. Для оцінки поля залишкових напружень біля спірального шва у трубі моделюватимемо її тонкою ізотропною круговою циліндричною оболонкою завтовшки $2h$ під дією локалізованих зварювальних деформацій (рис. 1). Введемо на серединній поверхні оболонки систему координат $0\alpha\beta\gamma$, де α і β віднесені до радіуса R оболонки відстані вздовж твірної і напрямного кола циліндричної оболонки; γ – координата вздовж зовнішньої нормалі до серединної поверхні оболонки. Нехай на серединній поверхні оболонки розташована гвинтова лінія, що збігається зі спіральним зварювальним швом на серединній поверхні і направлена під кутом φ до координатної лінії $\beta = \mathrm{const}$. Позначимо через τ дотичну до гвинтової лінії, ν – нормаль, $n_1 = \cos(\varphi)$, $n_2 = \sin(\varphi)$ – напрямні косинуси. Нова система координат $O\alpha'\beta'\gamma$ отримана поворотом системи координат $0\alpha\beta\gamma$ на кут φ (вісь $O\alpha'$ направлена вздовж нормалі, а вісь $O\beta'$ – уздовж дотичної τ до гвинтової лінії).

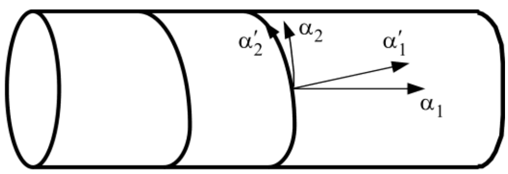

Рис. 1.

Використовуючи відомі розрахункові і експериментальні дані [6, 7, 11], поле локалізованих біля шва трубопроводу періодичних по гвинтовій лінії власних залишкових пластичних деформацій $e^0_{\beta'\beta'}$ і $e^0_{\alpha'\alpha'}$ за симетрії відносно перерізу $\alpha' = 0$ апроксимуємо виразами [2]

$$\hat{e}^0_{\beta'\beta'}(\alpha',\beta',\gamma) = -\mathbf{E}_1^* f_1(\gamma)\tilde{e}^0_{\beta'\beta'}(\alpha',\beta'),$$

$$\hat{e}^0_{\alpha'\alpha'}(\alpha',\beta',\gamma) = -\mathbf{E}_2^* f_2(\gamma)\tilde{e}^0_{\alpha'\alpha'}(\alpha',\beta'), \qquad (1)$$

де

$$\tilde{e}^0_{\beta'\beta'}(\alpha',\beta') = \tilde{\varphi}_1(\alpha')S^0(\alpha')\tilde{u}(\beta'),$$

$$\tilde{e}^0_{\alpha'\alpha'}(\alpha',\beta') = \tilde{\varphi}_2(\alpha')S^0(\alpha')\tilde{u}(\beta'),$$

$$\tilde{u}(\beta') = \left(1 + A\cos(k\beta')\right),$$

$$S^0(\alpha') = 1 \text{ при } |\alpha'| \le \alpha_1', \quad S^0(\alpha') = 0 \text{ , якщо } |\alpha'| > \alpha_1',$$

$$f_i(\gamma) = 1 - m_i(1 - \gamma / h)^2,$$

$$\tilde{\varphi}_i(\alpha') = 1 + s_i\alpha'^2 / a_1'^2 - (3 + 2s_i)\alpha'^4 / a_1'^4 + (2 + s_i)\alpha'^6 / a_1'^6 \quad (i = 1,2),$$

$a_1' = b_1 / R$ − півширина зони пластичних деформацій, $\mathbf{E}_i^*$, m_i $(i = 1,2)$, s_i, A − числові параметри, значення яких разом з величиною a_1' на практиці знаходять за допомогою експериментальних методів. Функції $f_i(\gamma)$ $(i = 1,2)$, $\tilde{\varphi}(\alpha')$ та $\tilde{u}(\beta')$ характеризують нерівномірність розподілу залишкових деформацій відповідно по товщині, перпендикулярно до зварного шва та вздовж гвинтової лінії.

З урахуванням (1) вирази для поля пластичних власних деформацій серединної поверхні тонкої циліндричної оболонки у системі координат α',β' набувають вигляду [5]

$$\varepsilon^0_{\beta'\beta'}(\alpha',\beta') = -\mathbf{E}_1^*\left(1 - \frac{4m_1}{3}\right)\varphi(\alpha')\tilde{u}(\beta')S^0(\alpha'),$$

$$\varepsilon^0_{\alpha'\alpha'}(\alpha',\beta') = -\mathbf{E}_1^*\left(1 - \frac{4m_2}{3}\right)\varphi(\alpha')\tilde{u}(\beta')S^0(\alpha'),$$

$$\varepsilon'_{\alpha'\beta'} = \kappa'_{\alpha'\beta'} = 0,$$

$$\kappa^0_{\beta'\beta'}(\alpha',\beta') = -\frac{2\mathbf{E}_1^* m_1}{h}\varphi(\alpha')\tilde{u}(\beta')S^0(\alpha'),$$

$$\kappa^0_{\alpha'\alpha'}(\alpha',\beta') = -\frac{2\mathbf{E}_1^* m_1}{h}\varphi(\alpha')\tilde{u}(\beta')S^0(\alpha'). \qquad (2)$$

Розв'язок задачі. Систему ключових рівнянь у переміщеннях серединної поверхні за гіпотезою Кірхгофа−Лява для тонких оболонок [2] запишемо в системі координат $O\alpha'\beta'$:

$$\sum_{i=1}^{3} L_{ij}u_i = g_j(\varepsilon^0_{\alpha'\alpha'}, \varepsilon^0_{\beta'\beta'}, \kappa^0_{\alpha'\alpha'}, \kappa^0_{\beta'\beta'}) \qquad (j = 1..3), \qquad (3)$$

$$L_{21} = L_{12}, \quad L_{32} = L_{23}.$$

Тут $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$ − переміщення і прогин серединної поверхні оболонки, а L_{ij} − диференційні оператори не вище четвертого порядку, в які входять параметр тонкостінкості оболонки $c_1 = h / \sqrt{3}R$, пружні сталі оболонки, а також напрямні косинуси n_1 та n_2.

Фундаментальний розв'язок системи (3) з урахуванням (2) через лінійність задачі є суперпозицією розв'язків двох рівнянь:

$$DG_o(\alpha') = \delta(\alpha'),$$

$$DG_k(\alpha',\beta') = \delta(\alpha')\cos(k\beta'),$$

де

$$G_0(\alpha') = -\mathrm{Im}\sum_{n=1}^{2}\frac{1}{\Delta_0'(s_{0n}')}\left(e^{is_{on}'|\alpha'|} + \frac{is_{0n}'^3|\alpha'|^3}{6} - i's_{0n}|\alpha'|\right), \tag{4}$$

$$G_k(\alpha',\beta') = -\frac{1}{k^7}\mathrm{Im}\sum_{n=1}^{4}\frac{e^{kis_{kn}'|\alpha'|}}{\Delta_k'(s_{kn}')}\cos(k\beta').$$

Тут D – детермінант матриці диференційних операторів системи ключових рівнянь (3) [10]; s_{0n}' та s_{kn}' – корені характеристичних поліномів $\Delta_r(s_{rn}')$ $(r = 0, k)$ [10], які залежать від параметра тонкостінності c_1 та пружних сталих матеріалу оболонки, $\Delta_n' = \left.\frac{\partial\Delta(s')}{\partial s'}\right|_{s'=s_n'}$.

За допомогою згортки фундаментального розв'язку з компонентами поля дисторсій тонкої оболонки ε_{ij}^0, κ_{ij}^0 $(i, j = \alpha', \beta')$ знаходять ключові функції φ_i, ψ_i $(i = 1..3)$ [8] задачі про рівновагу тонкої циліндричної оболонки з пластичними деформаціями.

Нехай вектори $\vec{N}' = \left(\overline{N'}_1, \overline{N'}_2, \overline{S'}\right)$ та $\vec{M}'^{\,-} = \left(\overline{M'}_1, \overline{M'}_2, \overline{H'}\right)$, де $\bar{N}_1'$, $\bar{N}_2'$, $\bar{S}'$ – відповідно нормальні та зсувне зусилля, $\bar{M}_1', \bar{M}_2', \bar{H}'$ – згинні та крутильний моменти, що діють уздовж координатних ліній $0\alpha'$ та $0\beta'$.

Їх визначають через ключові функції так:

$$\vec{N}' = \left(N_\varphi\vec{\varphi} + N_\psi\vec{\psi}\right), \quad \vec{M}' = \left(M_\varphi\vec{\varphi} + M_\psi\vec{\psi}\right), \tag{5}$$

тут $\vec{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, $\vec{\psi} = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$.

У матриці (5) N_φ, N_ψ, M_φ, M_ψ є диференціальними операторами восьмого порядку, які залежать від параметра тонкостінності оболонки c_1 та пружних сталих (модуля Юнга E та коефіцієнта Пуассона μ) матеріалу.

Врахувавши (4), (5), запишемо інтегральні зображення для зусиль $\overline{N'}_1, \overline{N'}_2, \overline{S'}$ і моментів $\overline{M'}_1, \overline{M'}_2, \overline{H'}$, що відповідають полю дисторсій (2), яке зосереджене на одному витку гвинтової лінії:

$$\overline{N}'_i(\alpha',\beta') = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1}\left(\sum_{k=1}^{2}\left(N_{ik}^{\varphi}(\alpha'-\tau,\beta') + N_{ik}^{\psi}(\alpha'-\tau,\beta')\right)\tilde{\varphi}_{3-k}(\tau)\right)d\tau,$$

$$\overline{S}'(\alpha',\beta') = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1}\left(\sum_{k=1}^{2}\left(N_{3k}^{\varphi}(\alpha'-\tau,\beta') + N_{3k}^{\psi}(\alpha'-\tau,\beta')\right)\tilde{\varphi}_{3-k}(\tau)\right)d\tau, \tag{6}$$

$$\overline{M'}_i(\alpha,\beta) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1}\left(\sum_{k=1}^{2}\left(M_{ik}^{\varphi}(\alpha'-\tau,\beta') + M_{ik}^{\psi}(\alpha'-\tau,\beta')\right)\tilde{\varphi}_{3-k}(\tau)\right)d\tau,$$

$$\overline{H}(\alpha,\beta) = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1}\left(\sum_{k=1}^{2}\left(M_{3k}^{\varphi}(\alpha'-\tau,\beta') + M_{3k}^{\psi}(\alpha'-\tau,\beta')\right)\tilde{\varphi}_{3-k}(\tau)\right)d\tau,$$

$(i = 1, 2)$,

$$N_{lr}^{j}(\alpha') = -\mathbf{E}_{3-r}^{*}\left(1 - \frac{4m_{3-r}}{3}\right)\mathrm{Im}\left(\sum_{n=1}^{2}\frac{N_{rl0}^{j}\left(s_{0n}'\right)e^{is_{0n}'|\alpha'|}}{\Delta_0'\left(s_{0n}'\right)} + 2A\sum_{n=1}^{4}\frac{N_{rlk}^{j}\left(s_{kn}'\right)e^{is_{kn}'|\alpha'|}}{\Delta_k'\left(s_{kn}'\right)}\cos\left(k\beta'\right) - \right.$$

$$\left. -N_{rl}^{j}D\left(G_0\left(\alpha'\right) + G_k\left(\alpha',\beta'\right)\right)\right),$$

$$M_{lr}^{j}(\alpha') = -\mathbf{E}_{3-r}^{*}\left(\frac{4}{3}m_{3-r}\right)\mathrm{Im}\left(\sum_{n=1}^{2}\frac{M_{rl0}^{j}\left(s_{0n}'\right)e^{is_{0n}'|\alpha'|}}{\Delta_0'\left(s_{0n}'\right)} + 2A\sum_{n=1}^{4}\frac{M_{rl1}^{j}\left(s_{kn}'\right)e^{is_{kn}'|\alpha'|}}{\Delta_k'\left(s_{kn}'\right)}\cos\left(k\beta'\right) - \right.$$

$$\left. -M_{rl}^{j}D\left(G_0\left(\alpha'\right) + G_k\left(\alpha',\beta'\right)\right)\right).$$

Тут $N_{klr}^{j}\left(s_{rn}'\right), M_{klr}^{j}\left(s_{rn}'\right)$ ($j = \varphi, \psi$, $k = 1..3$, $r = 0, k$) – поліноми восьмого порядку від коренів характеристичних поліномів s_{rn} ($r = 0..\infty$), N_{kl}^{j}, M_{kl}^{j} коефіцієнти при восьмих степенях s_{rn} у поліномах $N_{klr}^{j}\left(s_{rn}'\right), M_{klr}^{j}\left(s_{rn}'\right)$, D – детермінант диференціальних операторів системи диференціальних рівнянь (3).

Сумарні зусилля і моменти, зумовлені полем дисторсій двох сусідніх витків, рівні

$$\overline{N}_i^0\left(\alpha',\beta'\right) = \overline{N_i}\left(\alpha',\beta'\right) + \overline{N_i}\left(a - \alpha',\beta'\right), \qquad (7)$$

$$\overline{M}_i^0\left(\alpha',\beta'\right) = \overline{M_i}\left(\alpha',\beta'\right) + \overline{M_i}\left(a - \alpha',\beta'\right),$$

де $a = 4\pi R n_2$ – найкоротша відстань між двома сусідніми витками гвинтової лінії. Вплив поля дисторсій від інших витків можна знехтувати, адже зусилля і моменти є загасальні функції.

Залишкові напруження в довільній точці оболонки визначають за формулами [9]

$$\sigma_{\alpha'\alpha'}\left(\alpha'\right) = \frac{1}{2h}\left\{\bar{N}_1^0\left(\alpha'\right) + \frac{3\bar{M}_1^0\left(\alpha'\right)\gamma}{h^2} + \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0\left(\alpha'\right) + \right.$$

$$\left. +\mu\varepsilon_{\beta'\beta'}^0\left(\alpha'\right) + \kappa_{\alpha'\alpha'}^0\left(\alpha'\right)\gamma + \mu\kappa_{\beta'\beta'}^0\left(\alpha'\right)\gamma - e_{\alpha'\alpha'}^0\left(\alpha'\right) - \mu e_{\beta'\beta'}^0\left(\alpha'\right))\right\},$$

$$\sigma_{\alpha'\beta'}\left(\alpha'\right) = \frac{1}{2h}\left\{\bar{S}^0\left(\alpha'\right) + \frac{3\bar{H}^0\left(\alpha'\right)\gamma}{h^2}\right\}, \qquad (8)$$

$$\sigma_{\beta'\beta'}\left(\alpha'\right) = \frac{1}{2h}\left\{\bar{N}_2^0\left(\alpha'\right) + \frac{3\bar{M}_2^0\left(\alpha'\right)\gamma}{h^2} + \frac{E}{1-\mu^2}(\mu\varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0\left(\alpha'\right) + \varepsilon_{\beta'\beta'}^0\left(\alpha'\right) + \right.$$

$$\left. +\mu\kappa_{\alpha'\alpha'}^0\left(\alpha'\right)\gamma + \kappa_{\beta'\beta'}^0\left(\alpha'\right)\gamma - \mu e_{\alpha'\alpha'}^0\left(\alpha'\right) - e_{\beta'\beta'}^0\left(\alpha'\right))\right\}.$$

Числові дослідження. За допомогою методу механічних квадратур [1] розрахували теоретичне значення залишкових напружень $\sigma_{\alpha'\alpha'}$ та $\sigma_{\beta'\beta'}$ на лицьових поверхнях трубопроводу. Обчислювали для таких значень геометричних і механічних параметрів: $R = 0{,}71$ м, $h = 0{,}0197$ м, $E = 200\,\mathrm{GPa}$, $\nu = 0{,}3$, $\mathbf{E}_1^* = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$, $\mathbf{E}_2^* = 2\mathbf{E}_1^*$ $b_1 = Ra_1' = 0{,}019$ м, $m_1 = 0{,}0625$, $m_2 = 0{,}125$, $s_1 = 1$, $k = 3$ $A = 2$. Залежності величин $\sigma_{\alpha'\alpha'}$ та $\sigma_{\beta'\beta'}$ від координати $z' = R\alpha'$ для різних значень β' зображені на рис. 2 і 3. Лінії *1* відповідають залишковим напруженням при $\gamma = h$, лінії *2* – $\gamma = -h$. Коловому шву ($n_1 = 0$), якщо $\beta' = \pi/9$, відповідають суцільні лінії , якщо $\beta' = \pi/18$ − штрихові, спіральному шву ($n_1 = \pi/6$), якщо $\beta' = \pi/9$ − пунктирні, а якщо $\beta' = \pi/18$ − штрих-пунктирні.

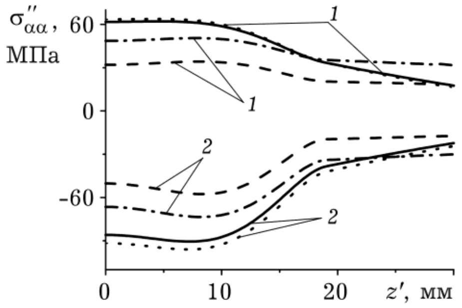

Рис. 2.

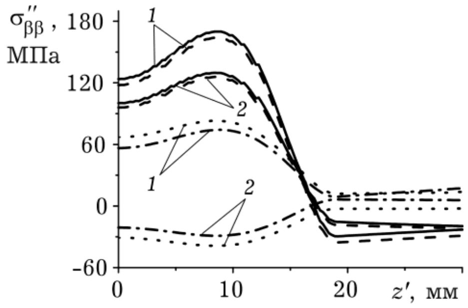

Рис. 3.

Числовий аналіз свідчить, що неоднорідність поля пластичних деформацій уздовж зварного шва відчутніше впливає на колові напруження $\sigma_{\alpha'\alpha'}$ ніж на радіальні $\sigma_{\beta'\beta'}$. При цьому для спірального зварного шва радіальні напруження на внутрішній лицевій поверхні є стискальні.

Висновки. Знаходження залишкових напружень у трубопроводі з неоднорідними вздовж зварювального шва пластичними деформаціями зведено до розв'язку задачі про рівновагу тонкої циліндричної оболонки Кірхгофа−Лява, що знаходиться в полі дисторсій, якими моделюють поле пластичних деформацій. Числовий аналіз дав можливість порівняти залишкові напруження біля колового та спірального зварювальних швів.

1. *Каландия А. И.* Математические методы двухмерной теории упругости. − М.: Наука, 1973. − 304 с.
2. *Кир'ян В. І., Осадчук В. А., Николишин М. М.* Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. − Львів: СПОЛОМ, 2007. −320 с.
3. *Максимович В. Н., Пляцко Г. В.* Напряжения в полом цилиндре при сварке по спирали // Прикл. механика. − 1972. − **8**, № 4. − С. 116−120.

   Те саме: *Plyatsko G. V., Maksimovich V. N.* Stresses in a hollow cylinder heated along a spiral // Int. Appl. Mech. − 1972. − **8**, № 4. − P. 437−441.
4. *Максимович В. Н., Пляцко Г. В.* Температурные поля и напряжения при локальном отпуске листовых сварных швов // Изв. АН СССР. − 1972. − № 4. − С. 187−191.
5. *Максимович В. Н., Пляцко Г. В.* Температура в полом цилиндре при нагреве по спирали // Инж.-физ. журн. − 1975. − № 2. − С. 371−372.
6. *Махненко В. И.* Расчетные методы исследования сварочных напряжений и деформаций. − К.: Наук. думка, 1976. − 320 с.
7. *Недосека А. Я.* Основы расчета и диагностики сварных конструкций. − К.: ИНДПРОМ, 2001. − 816 с.
8. *Осадчук В. А., Банахевич Ю. В., Іванчук О. О.* Визначення напруженого стану магістральних трубопроводів в зоні кільцевих зварних швів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. − 2006. − **42,** № 2. − С. 99−104.

   Те саме: *Osadchuk V. A., Banakhevych Yu. V., Ivanchuk O. O.* Determination of the stressed state of main pipelines in the zones of circular welds // Mater. Sci. − 2006. − **42**, № 2. − P. 256−262.
9. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М.* Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. − К.: Наук. думка, 1991. − 256 с.

10. *Прокопович И. Б., Сенькив Л. М., Лаушнык И. П.* Упругое равновесие непологих цилиндрических оболочек с разрезами // Прикладные проблемы прочности и пластичности. – 1996. – Вып. 54. – С. 175–184.
11. *Экспериментальные* методы исследования деформаций и напряжений: Справ. пос. / Б. С. Касаткин, А. Б. Кудрин, Л. М. Лобанов и др. – К.: Наук. думка, 1981. – 584 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗОНЕ НЕОДНОРОДНОГО СПИРАЛЬНОГО СВАРНОГО ШВА В МАГИСТРАЛЬНОМ ТРУБОПРОВОДЕ

С использованием теории тонких оболочек Кирхгофа–Лява и метода дисторсий построена математическая модель для определения в трубопроводе поля неоднородных вдоль спирального сварного шва остаточных напряжений. Сравнены остаточные напряжения для трубопроводов с круговым и спиральным сварочными швами.

DETERMINATION OF STRESSES IN NONHOMOGENEOUS SPIRAL WELD ZONE IN THE PIPELINE

Using the Kirchhoff-Love thin shell theory and distortion method the mathematical model for determination of nonhomogeneous along spiral weld residual stresses in a pipeline is built. Comparison of residual stresses for the case of pipelines with circular and spiral welds is done.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
07.09.15